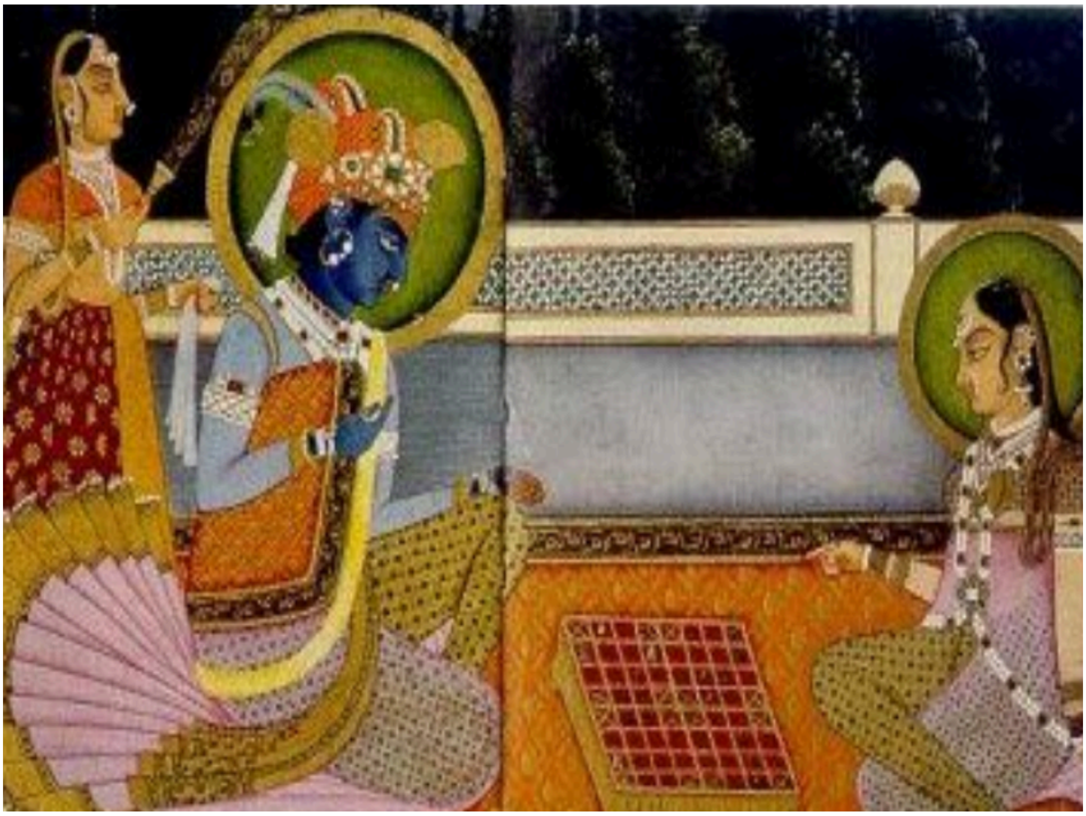
# Les puissances

## *positives ou négatives d'un nombre*



A l'origine, en Mésopotamie, on utilisait des petites pierres pour compter. Aujourd'hui, de ces cailloux, traduits "calculis" en latin, il nous reste le mot "calcul" à la base des Mathématiques.

Depuis notre enfance aussi, nous aimons compter, avec ou sans nos doigts !

Au fil du temps et de la vie, nous cherchons à calculer et à dénombrer toujours plus. Le recours à l'écriture *puissance* ouvre de nouveaux horizons dans cette course sans fin.

# Les puissances

Chapitre 7

*positives et négatives*

## 1/ Une notation … pas si nouvelle !

Imaginons un échiquier. Plaçons un grain de riz sur la première case, puis doublons la quantité à chaque case. Sur la 64ème case, le nombre de grains de riz est égal à :

$$1 \times \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{63 \text{ fois}} = 9\,223\,372\,036\,854\,775\,808 \text{ grains}$$

La notation “puissance”, rencontrée lors du théorème de Pythagore et des écritures scientifiques permet d’écrire ce grand nombre sous la forme :

$$\underbrace{2 \times 2 \times 2 \times \ldots \times 2}_{63 \text{ fois}} = 2^{63}$$

On le prononce “*deux puissance 63*” ou “*deux exposant 63*”.

## 2/ Des règles de calcul à connaître

Trois exemples :

- $\mathbf{2^{14} \times 2^{6} = 2^{20}}$ **car 14 + 6 = 20**
- $\mathbf{2^{14} / 2^{6} = 2^{8}}$ **car 14 - 6 = 8**
- $\mathbf{(2^{6})^{4} = 2^{6} \times 2^{6} \times 2^{6} \times 2^{6} = 2^{24}}$

**Trois règles**

$$a^{m} \times a^{n} = a^{m+n}$$

$$a^{m} / a^{n} = a^{m-n}$$

$$(a^{m})^{n} = a^{m \times n}$$

## 3/ A savoir … à éviter …

$$2^5 \neq 10 \qquad 3^2 \neq 6 \qquad 4^2 + 3^2 \neq 7^2$$

*Ne vous laissez pas piéger par votre cerveau !!*

## 4/ Et les petits nombres ?

La notation “*puissance*” permet facilement d’écrire de très grands nombres. Comment la généraliser aux petits nombres ?

$$1000 = 10^3$$
$$100 = 10^2$$
$$10 = 10^1$$
$$1 = 10^0$$
$$0,1 = 1/10 = 10^{-1}$$
$$0,01 = 1/100 = 10^{-2}$$
$$0,001 = 1/1000 = 10^{-3}$$

| Symbole | Préfixe | Valeur | Valeur numérique | Puissance de 10 |
|---|---|---|---|---|
| n | nano | milliardième | 1 / 1 000 000 000 | $10^{-9}$ |
| µ | micro | millionième | 1 / 1 000 000 | $10^{-6}$ |
| m | milli | millième | 1/1 000 | $10^{-3}$ |
| *c* | *centi* | *centième* | *1/100* | $10^{-2}$ |
| *d* | *deci* | *dixième* | *1/10* | $10^{-1}$ |
| _ | _ | unité | 1 | $10^{0}$ |
| *da* | *deca* | *dizaine* | *10* | $10^{1}$ |
| *h* | *hecto* | *centaine* | *100* | $10^{2}$ |
| k | kilo | millier | 1 000 | $10^{3}$ |
| M | méga | million | 1 000 000 | $10^{6}$ |
| G | giga | milliard | 1 000 000 000 | $10^{9}$ |

**Généralisation**

$$a^{-m} = \frac{1}{a^{m}}$$

$$a^0 = 1$$